

**PENYELESAIAN MASALAH TRIGONOMETRI DALAM KALANGAN
PELAJAR MATRIKULASI: SATU KAJIAN KES**

SHARIMAH BINTI IBRAHIM

**SARJANA PENDIDIKAN
UNIVERSITI UTARA MALAYSIA
2014**

Kebenaran mengguna

Kertas Projek ini dikemukakan sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan pengajian program sarjana Universiti Utara Malaysia (UUM). Saya bersetuju membenarkan pihak perpustakaan UUM mempamerkannya sebagai bahan rujukan. Saya juga bersetuju bahawa sebarang bentuk salinan sama ada secara keseluruhan atau sebahagian daripada tesis ini untuk tujuan akademik adalah dibolehkan dengan kebenaran penyelia tesis atau Dekan Pasca Siswazah & Penyelidikan. Sebarang bentuk salinan dan cetakan bagi tujuan-tujuan komersial dan membuat keuntungan adalahsama sekali tidak dibenarkan tanpa kebenaran bertulis daripada penyelidik. Penyataan rujukan kepada penulis dan UUM perlulah dinyatakan jika sebarang bentuk rujukan dibuat ke atas kajian ini. Kebenaran untuk menyalin atau menggunakan tesis ini sama ada keseluruhan atau sebahagian daripadanya hendaklah dipohon melalui:

Dekan Awang Had Salleh Graduate School of Arts and Sciences
UUM College of Arts and Sciences
Universiti Utara Malaysia
06010 UUM Sintok

Abstrak

Penguasaan topik Trigonometri penting untuk pembelajaran Matematik di peringkat tinggi. Fungsi Trigonometri adalah berkait dengan algebra, penaakulan graf dan kalkulus. Walau bagaimanapun, pembelajaran Trigonometri Asas adalah sukar bagi sebahagian pelajar sehingga mereka sering melakukan kesalahan dalam penyelesaian soalan-soalan Trigonometri. Pemahaman tentang Fungsi Sin dan Kos dikatakan sukar bagi pelajar yang memiliki pemahaman konsep asas Trigonometri yang lemah dan terbatas. Tujuan kajian ini ialah untuk meneroka pemahaman Trigonometri Asas, mengenal pasti prosedur penyelesaian dan kesalahan lazim serta pemahaman tentang Fungsi Trigonometri bagi Sin dan Kos dalam kalangan pelajar Matrikulasi. Kajian dilakukan di sebuah Kolej Matrikulasi di utara Semenanjung Malaysia. Jenis pemahaman dikenal pasti berpandukan pengertian pemahaman *relational* dan *instrumental* yang dikemukakan oleh Skemp pada tahun 1982, pemahaman *conceptual* dan *procedural* yang dikemukakan oleh Hiebert dan Lefevre pada tahun 1986 dan pemahaman *procept* yang diutarakan oleh Gray dan Tall pada tahun 1995. Kajian kualitatif berbentuk pelbagai kes ini telah melibatkan 60 orang pelajar Program Satu Tahun yang mengikuti Modul I, II, dan III. Data bagi kajian diperoleh melalui Ujian Pemahaman Trigonometri (UPT). Tujuan UPT ialah untuk meneliti prosedur penyelesaian yang ditunjukkan pelajar dan meneroka pemahaman pelajar tentang Trigonometri Asas. Seramai empat orang pelajar telah ditemui bual secara klinikal di mana dua orang daripada kumpulan pelajar taraf ‘cemerlang’ dan dua orang daripada taraf ‘gagal’ dalam UPT telah dipilih. Dapatkan kajian menunjukkan pemahaman pelajar dalam Trigonometri Asas adalah terbatas kepada pemahaman *instrumental* dan *procedural*. Pelajar didapati tidak memahami ungkapan Fungsi Trigonometri yang paling asas sebagai *procept*. Langkah pengiraan pelajar adalah menjurus kepada prosedur yang mementingkan jawapan yang betul. Kesalahan-kesalahan lazim yang dilakukan oleh pelajar termasuklah kecuaian dan kesalahan mengira, tidak dapat menyelesaikan pendaraban pecahan asas dengan baik, serta tidak dapat memahami persimbolan dalam Trigonometri yang telah menyebabkan penggunaan formula tidak dapat digunakan secara tepat dan betul untuk menyelesaikan Trigonometri Asas. Penyepaduan pemahaman *conceptual*, *procedural* dan *procept* dapat membina pemahaman Fungsi Trigonometri secara lebih bermakna. Kajian ini menyumbang kepada hasil-hasil kajian dalam bidang pendidikan matematik serta pembentukan polisi yang berkaitan dengan pembangunan kurikulum dalam pendidikan matematik untuk pelajar matrikulasi.

Kata Kunci: Trigonometri, Pemahaman *relational*, Pemahaman *instrumental*, Pemahaman *conceptual*, Pemahaman *procedural*, Pemahaman *procept*

Abstract

Competency in the subject of Trigonometry is crucial for the learning of Mathematics at higher levels. Trigonometric Functions are related to algebra, graph reasoning and calculus. Unfortunately, for some students, the initial stages of learning about Basic Trigonometric Functions are fraught with difficulties. As a consequence, students often made errors when solving questions in Trigonometry. Students who have a weak understanding of basic concepts in Trigonometry may face difficulty in understanding Sine and Cosine functions. The purpose of this study was to explore the understanding of Basic Trigonometry and Trigonometric Functions of Sine and Cosine among students in a Matriculation College. The study also explored the process and common errors students made when solving Trigonometric questions. This qualitative multi-case study was carried out on 60 One-Year Program (PST) students enrolled in three Modules. The data for the study was obtained via a written test, the Trigonometry Understanding Test (UPT), which consisted of six items. The identification of types of understanding was based on Skemp's (1982) notion of relational and instrumental understanding, Hiebert and Lefevre's (1986) view of conceptual and procedural understanding, and also Gray and Tall's (1995) ideas of proceptual knowledge. Four subjects were selected for the clinical interviews and were selected based on their achievement in the UPT. The results of the study showed that the research subjects' understanding of Basic Trigonometry was limited to instrumental and procedural understandings. The subjects did not indicate understanding of Basic Trigonometric Functions as procept. Their solutions for the Basic Trigonometry questions were mainly establishing procedures for getting the right answers. The common errors made included carelessness and calculation errors, failure to perform basic multiplication of fractions, and the inability to understand symbolism in Basic Trigonometry, which explained their inability to use the formulas correctly when solving trigonometric questions. Integration of conceptual, procedural and proceptual understanding could contribute to the construction of meaningful understanding of the Trigonometric Functions. This study contributes to the research findings in mathematics education and the formation of policy related to the development of mathematics education curriculum for matriculation students.

Keywords: Trigonometry, Relational understanding, Instrumental understanding, Conceptual understanding, Procedural understanding, Proceptual understanding

Penghargaan

Alhamdulillah, syukur yang tidak terhingga ke hadrat Ilahi yang memberi limpah kurnia sehingga dapat menyiapkan tesis ini. Perlaksanaan penyelidikan ini telah mendapat kerjasama sepenuhnya dari pelbagai pihak.

Pada kesempatan ini, saya ingin merakamkan ucapan setinggi-tinggi penghargaan dan terima kasih kepada Dr Ruzlan bin Md Ali selaku penyelia kajian ini yang sedia meluangkan masa beliau dengan tunjuk ajar, penuh dengan kesabaran dan mengajar tanpa jemu.

Ucapan terima kasih ini juga turut ditujukan kepada Bahagian Matrikulasi Kementerian Pendidikan Malaysia (BMKPM) kerana membenarkan saya meneruskan kajian ini. Seterusnya bekas pengarah kolej, Yang Mulia Tn.Hj.Raja Sulaiman bin Raja Hassan yang sentiasa memberi dorongan, galakkan bagi meneruskan kerjaya dalam bidang pendidikan dan penyelidikan ini.

Kepada bonda Siti Sara binti Ramli dan ayahanda Ibrahim bin Ahmad, terima kasih kerana sentiasa mendoakan kejayaan ini. Buat suami tercinta Yusri bin Bappu serta anak-anak tersayang Shafiqa Yusrina dan Syafiah Yusrina terima kasih kerana memahami dan memberi galakkan serta memberi inspirasi sehingga kajian ini berjaya dilaksanakan.

Akhir kata, buat rakan-rakan sekerja, Noor Aziah, Nur Hidayah, Che Yom serta Khairulazuad yang sama-sama menceburi bidang ini, serta semua pihak yang tidak dapat dinyatakan didoakan semoga usaha kalian mendapat keberkatan dari-Nya.

Kandungan

Kebenaran Mengguna	i
Abstrak	ii
Abstract	ii
Penghargaan	iv
Kandungan	v
Senarai Jadual.....	ix
Senarai Rajah	xi
Senarai Lampiran	xii
Senarai Singkatan.....	xiv
BAB SATU PENGENALAN.....	1
1.1 Pendahuluan	1
1.2 Trigonometri	3
1.2.1 Pengenalan dan Sejarah Trigonometri	3
1.2.2 Kepentingan Trigonometri.....	4
1.2.3 Trigonometri Asas	5
1.2.4 Fungsi Trigonometri	6
1.3 Pemahaman	7
1.4 Pengalaman Penyelidik dalam Trigonometri	8
1.5 Latar Belakang Kajian.....	10
1.5.1 Pengkhususan Bidang di Matrikulasi	11
1.5.2 Trigonometri di Sekolah dan di Matrikulasi.....	13
1.6 Pernyataan Masalah	16
1.7 Objektif Kajian.....	20
1.7.1 Objektif Am	20
1.7.2 Objektif Khusus	20
1.8 Soalan Kajian	21
1.9 Signifikan Kajian	21
1.10 Batasan Kajian	23
1.11 Definisi Istilah.....	25

1.12 Rumusan.....	29
BAB DUA KAJIAN LITERATUR.....	30
2.1 Pendahuluan	30
2.2 Kerangka Konseptual	30
2.3 Proses Pembentukan Pemahaman Konsep Menurut Ahli Psikologi.....	34
2.4 Proses Pembentukan Pemahaman <i>Procept</i>	38
2.5 Pemahaman Konsep Matematik	41
2.6Kesalahan Lazim dan Masalah Persimbolan	44
2.7 Prosedur Penyelesaian, Pemahaman <i>Conceptual</i> dan <i>Procedural</i>	47
2.8 Kajian-kajian Trigonometri.....	51
2.8.1 Kaedah Memperkenalkan Trigonometri	52
2.8.1.1 Kaedah Bulatan Unit	52
2.8.1.2 Kaedah Nisbah atau Segitiga Bersudut Tegak	53
2.9 Kajian Tentang Fungsi Trigonometri	54
2.10Kajian Tentang Pemahaman Trigonometri	55
2.11Kajian Yang Menjurus Kepada Konsep dan Pencapaian Pelajar	56
2.12 Rumusan.....	59
BAB TIGA METODOLOGI KAJIAN	61
3.1 Pendahuluan	61
3.2 Reka Bentuk Kajian	61
3.2.1 Kajian Kualitatif	62
3.2.2 Kajian Kes	63
3.2.3 Temubual	65
3.2.4 Temubual Klinikal	66
3.3 Kebolehpercayaan dan Kesahan Kajian.....	69
3.4Peserta Kajian.....	70
3.5 Instrumen Kajian.....	72
3.5.1 Ujian Bertulis	74
3.5.2Protokol Temubual.....	78
3.6Kajian Rintis	79

3.7 Prosedur Pengumpulan dan Menganalisis Data.....	81
3.7.1 Prosedur Mengumpul dan Analisis Data Ujian Bertulis (UPT).....	81
3.7.2 Prosedur Mengumpul dan Analisis Data Temubual	82
3.8 Rumusan.....	83
 BAB EMPAT ANALISIS DATA DAN DAPATAN KAJIAN	84
4.1 Pendahuluan	84
4.2 Analisis Ujian Pemahaman Trigonometri (UPT) dan Temubual.....	84
4.2.1 Analisis Ujian Pemahaman Trigonometri(UPT).....	84
4.2.2 Peserta Kajian Temubual	87
4.2.2.1 Pengetahuan Trigonometri Asas Peserta Kajian Terpilih.....	89
4.3 Pemahaman Konsep Trigonometri Asas Peserta Kajian.....	94
4.4 Prosedur Penyelesaian Peserta Kajian	111
4.5 Kesalahan-kesalahan Lazim Peserta Kajian.....	122
4.6 Pemahaman Konsep Fungsi Sin dan Kos.....	128
4.7 Rumusan Dapatan Kajian.....	133
4.7.1 Pemahaman Trigonometri Asas	133
4.7.2 Prosedur Penyelesaian Pelajar	135
4.7.3 Kesalahan-kesalahan Lazim Pelajar.....	137
4.7.4 Pemahaman Pelajar Tentang Fungsi Sin dan Kos	139
4.8 Rumusan.....	142
 BAB LIMA PERBINCANGAN DAN KESIMPULAN.....	143
5.1 Pendahuluan	143
5.2 Ringkasan Kajian	143
5.3 Pemahaman Konsep Trigonometri Asas	144
5.4 Prosedur Penyelesaian Yang Digunakan Oleh Pelajar	149
5.5 Kesalahan-kesalahan Yang Dilakukan Oleh Pelajar	152
5.6 Pemahaman Pelajar Tentang Fungsi Sin dan Kos.....	155
5.7Kesimpulan	160
5.8 Refleksi Ke Atas Proses Kajian	165

5.9 Implikasi Dapatan Kajian.....	166
5.9.1 Implikasi ke Atas Teori	167
5.9.2 Implikasi ke Atas Pendidik	167
5.9.3 Implikasi ke Atas Pelajar	169
5.9.4 Implikasi kepada Praktis	170
5.10 Cadangan Kajian Masa Hadapan	171
5.11 Penutup.....	173
Rujukan	176

Senarai Jadual

Jadual 1.1:SilibusMatematik Tingkatan 4 (KPM, 2006a).....	13
Jadual 1.2:SilibusMatematik Tambahan Tingkatan 5, (KPM, 2006b)	14
Jadual 1.3:Perbandingan Kurikulum Matematik Tambahan di Sekolah Menengah Dengan Sukatan Pelajaran Matematik di Peringkat Matrikulasi	15
Jadual 2.1:Definisi Pemahaman	50
Jadual 2.2:Pengkaji -pengkaji Yang Melihat Kepada Pencapaian dengan Peralatan Berteknologi Teknologi	57
Jadual 3.1:Kategori Jawapan UPT dan Kriteria Penskoran.....	76
Jadual 3.2:Pembahagian Markah Mengikut Taraf	78
Jadual 4.1 :Bilangan Pelajar Mengikut Markah UPT	85
Jadual 4.2 :Bilangan Pelajar Mengikut Markah UPT dan Kriteria Markah.....	86
Jadual 4.3 :Peratusan Peserta Kajian Menjawab UPT Mengikut Kategori Jawapan.....	87
Jadual 4.4: PengetahuanPeserta Kajian Terpilih Tentang Trigonometri	93
Jadual 4.5: Pengelasan Tentang Perbezaan Pengiraan Nombor Biasa Dengan Trigonometri	127
Jadual 4.6: Dapatan S3, S4 dan S5 UPT	135
Jadual 4.7:Kesalahan S6 Diperoleh Daripada UPT dan Temubual	138
Jadual 4.8:Dapatan Temubual Tentang Pemahaman Fungsi Trigonometri Sin dan Kos	140
Jadual 5.1:Perbezaan Antara Pelajar Cemerlang dan Gagal	164

Senarai Rajah

Rajah 1.1: Maklumat Bulatan Unit di Pindahkan ke Graf Fungsi Trigonometri.	
Sumber Brown (2005).....	7
Rajah 1.2: Bidang Pengkhususan dan Syarat Kemasukan Minima bagi Subjek Matematik dan Matematik Tambahan ke Matrikulasi.	12
Rajah 2.1: Kerangka Konseptual Kajian	33
Rajah 2.2: Rajah Bulatan Unit	52
Rajah 2.3: Rajah Segi Tiga Bersudut Tegak	53
Rajah 4.1: Menggunakan Kaedah Bulatan Unit(R59S2)	97
Rajah 4.2: Menggunakan Kaedah Graf(R9S2)	98
Rajah 4.3: Kaedah Graf Yang Digunakan oleh Tan Bagi Menjawab S2(a), UPT. .	100
Rajah 4.4: Kaedah Bulatan Unit Yang Digunakan Nancy Bagi Menjawab S2(a), UPT	101
Rajah 4.5: Alasan Yang Digunakan Kamal Bagi Menjawab S2(a), UPS	103
Rajah 4.6: Lakaran Graf Trigonometri Oleh Kamal Semasa Temubual.....	104
Rajah 4.7: Maksud $\sin x=0.623$, Peserta Kajian Tan.....	107
Rajah 4.8: Maksud $\sin x=0.623$, Peserta Kajian Nancy.....	108
Rajah 4.9: Maksud $\sin x=0.623$, Peserta Kajian Kamal.....	109
Rajah 4.10: Kaedah Sebenar(R8S3).....	111
Rajah 4.11: Menggunakan Nilai-nilai dalam penyelesaian (R5S3)	112
Rajah 4.12: Lakaran Graf Menunjukkan $\tan 90^\circ$ Tidak Tertakrif (R8S4)	114
Rajah 4.13: Lakaran Graf $\tan 90^\circ$ Mengambil kira Nilai x dan y Yang Betul (R5S4)	115
Rajah 4.14: Penggunaan Formula Sudut Berganda, kos 2A (R3S5).....	116
Rajah 4.15: Penggunaan Nilai-nilai dalam penyelesaian (R9S5)	116
Rajah 4.16:S3 Peserta Kajian Tan.....	117
Rajah 4.17:S4 Peserta Kajian Tan.....	118
Rajah 4.18:S5 Peserta Kajian Tan.....	118
Rajah 4.19:S3 Peserta Kajian Nancy	119
Rajah 4.20:S4 Peserta Kajian Nancy	119
Rajah 4.21:S5 Peserta Kajian Nancy	120

Rajah 4.22:S3 Peserta Kajian Kamal	120
Rajah 4.23:S4 Peserta Kajian Kamal	120
Rajah 4.24:S3 Peserta Kajian Damia	120
Rajah 4.25:S4 Peserta Kajian Damia	121
Rajah 4.26:Kesalahan Menggantikan $\tan A=3/4$ ke Dalam Formula (R5S6).....	123
Rajah 4.27: $\tan A=3/4$ Didarab Dengan 2 Disamakan dengan $\tan 2A$ Oleh R45S6.	124
Rajah 4.28: Kesalahan Mendarab Dengan 2 Bagi Pengangka dan Penyebut Oleh R54S6.....	124
Rajah 4.29: Kesalahan Menggantikan '3' ke Dalam A Pada Pengangka dan '4' Pada Penyebut oleh R36S6	125
Rajah 4.30:S6Jawapan Damia Kali Pertama Selepas Tamat Mempelajari Trigonometri	125
Rajah 4.31:Jawapan S6 DamiaPada Kali Kedua, Selepas Mempelajari Tajuk Trigonometri	126
Rajah 4.32:JawapanS6 Kamal.....	126
Rajah 5.1:Perubahan Konsep Trigonometri Bermula Dari Segitiga Kepada Bulatan Unit dan Graf Fungsi Trigonometri. Sumber Brown (2005)	159

LAMPIRAN

Lampiran A: Soalan ujian pemahaman Trigonometri.....	181
Lampiran B: Skema ujian pemahaman Trigonometri.....	184
Lampiran C: Protokol temubual.....	188
Lampiran D: Permohonan menjalankan kajian peringkat sarjana di kolej matrikulasi.....	189
Lampiran E: Permohonan kebenaran untuk mengikuti kursus secara sambilan	190
Lampiran F: Kelulusan permohonan untuk mengikuti kursus secara sambilan di bawah program jarak jauh/luar kampus.....	191
Lampiran G: Pengesahan pelajar bagi tujuan mencari bahan kajian dan maklumat bagi tujuan pembelajaran.....	193

Senarai Singkatan

PST	Program Satu Tahun
PDT	Program Dua Tahun
UPT	Ujian Pemahaman Trigonometri
PS	Pemahaman Separa
BMKPM	Bahagian Matrikulasi Kementerian Pendidikan Malaysia
PIPP	Pelan Induk Pembangunan Pendidikan
NKRA	Bidang Keberhasilan Utama Nasional Pendidikan
SBT	Sekolah Berprestasi Tinggi
LINUS	Literasi dan Numerasi
IPT	Institut Pengajian Tinggi
KPM	Kementerian Pendidikan Malaysia
PA	Peperiksaan Akhir
PSPM	Peperiksaan Semester Program Matrikulasi
S1... S6	Soalan 1 Soalan 6
KBSM	Kurikulum Baru Sekolah Menengah
LKC	Laporan Kerja Calon

BAB SATU

PENGENALAN

1.1 Pendahuluan

Matematik merupakan subjek yang sangat penting dalam zaman sains dan teknologi masa kini. Skemp (1982) melihat matematik sebagai satu perkakasan mental (*mental tool*). Kepentingannya dapat dilihat dalam bidang sains, teknologi dan perdagangan. Ia merupakan suatu subjek yang mempunyai sistem teori yang kompleks dan abstrak yang tidak dapat dipelajari secara terus dari kehidupan sehari-hari. Ia sangat berguna untuk menangani isu-isu berkaitan dengan persekitaran fizikal.

Penguasaan terhadap ilmu matematik juga sangat diperlukan oleh Malaysia kearah pencapaian wawasan 2020. Dalam menjayakan matlamat pembangunan negara bagi menjadikan Malaysia sebagai sebuah negara industri dan benar-benar maju meliputi aspek ekonomi, politik, sosial, kerohanian dan kebudayaan menjelang tahun 2020, tidak dapat dinafikan penguasaan terhadap bidang matematik amat diperlukan. Cabaran wawasan 2020 yang keenam, iaitu mewujudkan masyarakat Malaysia yang mempunyai daya perubahan yang tinggi dan memandang kehadapan yang bukan sahaja menjadi pengguna teknologi tetapi juga penyumbang kepada tamadun yang saintifik dan berteknologi masa depan. Begitu juga dengan cabaran yang kesembilan iaitu mewujudkan masyarakat makmur yang mempunyai ekonomi yang boleh bersaing, dinamik, giat dan berdaya tahan (Ahmad Sarji, 2003). Kedua-dua cabaran tersebut akan lahir dari kepentingan

The contents of
the thesis is for
internal user
only

RUJUKAN

- Ahmad Sarji. (2003). *Wawasan 2020Malaysia: Memahami konsep, implikasi dan cabaran*. Kuala Lumpur: Utusan Publications Dan Distributor Sdn Bhd.
- Arias, C.C., Schorr, R.Y., & Warner, L. B. (2010). *Video Analysis as a Method for Developing Preservice Teachers' Beliefs about Teaching and their understanding of children, Pedagogy and Assessment*. AERA Annual Meeting, Denver, CO.
- Ausubel, D. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune & Startton Inc.
- Ausubel, D. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Baykul, Y. (1999). *Primary mathematics education*(pp. 35-45). Ankara, Turkey: Anı Printing Press.
- Benito, R. P. (n.d). *Analysis of the performance in trigonometry of the first year college students of Divine Word college of Vigan*(Tesis sarjana yang tidak diterbitkan).University of ... Diakses darihttp://www.eisrjc.com/journals/journal _1/dwcv-08-09-7.pdf
- Blackett, N., & Tall, D. (1991). Gender and the versatile learning of Trigonometry using computer software. *Proceedings International Group for The Psychology of Mathematics Education XV*, Assisi, Italy, (1991), 1,144-151.
- Bransford, Brown, J. D., Ann, L.,& Cocking, Rodney, R. (1999). *How people learn: Brain, mind, experience and school*. Washington: D.C National Academy Press.
- Breidenback, D., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247-285.
- Brown, S.A. (2005).*The Trigonometric connection: Students' understanding of sine and cosine*(Tesis doktor falsafah).Pro Quest Dissertations and Theses.UMI Number 3233908.
- Chabi, M., & Hijazi, S. A. (2009). Errors student make in Mathematics courses. *Proceedings of the 5th Asia Mathematical Conference, Malaysia 2009*.

Challenger, M. (2009). *From triangle to a concept : a phenomenographic study of A-Level students' development of the concept of Trigonometry*(Tesis doktor falsafah yang tidak di terbitkan). University of Warwick, United Kingdom.

Chin, E. T.,& Tall, D. (2002). Proof as a Formal Procept in Advanced Mathematical Thinking, *International Conference on Mathematics: Understanding Proving and Proving to Understand,National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan*, 212-221.

Chua, Y. P. (2006).*Kaedah dan statistik penyelidikan kaedah penyelidikan*. Malaysia: Mc Graw Hill Sdn Bhd.

Confrey, J. (1980). Clinical interviewing: Its potential to reveal insights in mathematics education. *Proceedings of the 4th International Conference for PME* (pp. 400-408). Berkeley, CA: University of California Press.

Creswell, J. W. (2012). *Educational research planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (4rd ed.). New Jersey: Pearson Merrill Prentice Hall.

Davis, R. B. (1992). Understanding “understanding”. *Journal of Mathematical Behavior*, 11, 225–241.

Denzin, N. K., & Lincoln,Y.S (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.

Dienes, Z. (1973). *Building up Mathematics: Psychological foundations*. Ohio U.S.A : Charles A Jones Pub. Co.

Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1983).. The function concept in college students: Linearity, Focus on Learning Problems in Mathematics, 5(3&4), 119-132..

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical thinking* (pp. 95-126). Dordrecht: Kluwer.

Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implication for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction*, 7,343-404.

Gay, L. R., & Airasian, P. (2006). *Educational research: Competencies for analysis and application* (8th ed.). New Jersey, NJ: Prentice Hall.

Gagne, R. M. (1970). The learning of concepts. *The School Review*, 75, 187-196.

- Gardner, H.,& Boix-Mansilla, V. (1999). *Teaching for understanding in the disciplines and beyond*. San Francisco: Jossey Bass.
- Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in Psychological research and practice*. UK: Cambridge University Press.
- Groff, P. (1994). "The future of fractions". *International Journal Math. Educ. Sci. Technology*.25(4), 549-561.
- Gray, E., Pinto, M., Pitta, D.,& Tall, D. (1999). Knowledge construction and diverging thinking in elementary and advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 111-133.
- Gray, E., & Tall, D. O. (1992). Success and failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, 142, 6-10.
- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 115-141.
- Grouws, Dougias, A., & Cebulla, Kristin, J. (2000). *Improving student achievement in Mathematics*. Geneva, Switzerland: International Academy of Education.
- Gur, H. (2009). Trigonometry learning. *New Horizons in Education*, 57(1), 67-80.
- Hazrul Abdul Hamid., Azimah Othman.,& Norazilah Zainon. (2006). Perbandingan Keberkesanan Penggunaan Kalkulator Grafik Dalam Proses Pengajaran dan Pembelajaran Kamiran.*Prosidingseminar penyelidikan pendidikan Program Matrikulasi Kementerian Pendidikan Malaysia tahun 2006*. Hlm. 393-406.
- Hestenes, M.D., & Hill, R.D.(1986). *Algebra and Trigonometry with Calculators*.New Jersey: Prentice-Hall.
- Hiebert, J.,& Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on Mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: McMillan.
- Hiebert, J.,& Lefevre, P. (1986). Procedural and conceptual knowledge. In J.Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hoyles, C., Newman, K.,& Noss, R. (2001). Changing patterns of Transition from school to University Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32, 829-845.

- Hunting, R.P., & Doig, B. A. (1997). Clinical assessment in mathematics: Learning the Craft. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19(3), 29-48.
- Isleyen, T., & Isik. (2003). A conceptual and procedural learning in Mathematics. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*. 7(2), 91-99.
- Khor Seng Chye., Heong Seok Tin., Tey Kim Soon., & Poh Ah Hai. (2003). *STPM Mathematics T-Paper 2*. Kuala Lumpur : Penerbitan Pelangi Sdn Bhd.
- Kendal, M., & Stacey, K. (1997). Teaching Trigonometry. *Vinculum*, 34(1), 4-8.
- Kementerian Pendidikan Malaysia, (2006a). *Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah, Huraian Sukatan Pelajaran Matematik Tingkatan 4*. Kuala Lumpur : Pusat Perkembangan Kurikulum.
- Kementerian Pendidikan Malaysia, (2006b). *Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah, Huraian Sukatan Pelajaran Matematik Tambahan Tingkatan 5*. Kuala Lumpur : Pusat Perkembangan Kurikulum.
- Lia Agustina. (2009). Identifikasi kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal Trigonometri. *Jurnal FKIP, Pustaka Ilmiah Universitas Lampung*.
- Lial, M.L., Miller, C.D., & Schneider, D.I. (1994). *Algebra and Trigonometry*(6th ed.). New York: HarperCollins College Publishers.
- Lutfiyya, L. A. (1998). Mathematical thinking of high school student in Nebraska. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*. 29 (1), 55-64.
- MacDonald, B., & Walker, R. (1977). *Case study and the social philosophy of educational research*. In D. Hamilton, D. Jenkins, C. King, & M. Parlett (Eds.), *Beyond the number games*. London: Macmillan Education Co.
- Marcus, R., Fukawa- Connelly, T., Conklin, M., & Fey, J. T. (2007). New thinking about college mathematics: Implication for high school teaching. *Mathematics Teacher*, 101, 354-358.
- Maznah Banu Bt Mohamed Habiboo Raman. (2008). A Study on Factors involved in University Student Learning of Calculus. *Kertas kerja dibentangkandi Seminar Kebangsaan Sains dan Matematik*. Anjuran Bersama: Persatuan Pendidikan Sains dan Matematik Johor, Fakulti Pendidikan, Universiti Teknologi Malaysia & Jabatan Pendidikan Negeri Johor, 11-12 Okt 2008.
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*.

San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Miles, M.B.,& Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications, Inc.

Minichiello, V., Aroni, R., Timewell, E., & Alexander, L. (1990). *In-depth Interviewing: Researching people*. Melbourne: Longman Cheshire Pty Limited.

Ministry of Education Malaysia. (2006). Mathematics QS026 Syllabus Specification. Matriculation Division.

Mohd Azmi Saleh., Ezrinda Mohd Zahidee., & Zuhaidi Mukrim. (2006). Salah Faham pelajar dalam Pembezaan: Satu kajian Kes Di Kolej Matrikulasi Perak. *Prosiding Seminar Penyelidikan Pendidikan Program Matrikulasi Kementerian Pendidikan Malaysia Tahun 2006*. Hlm. 439-453.

Moore, K.C. (2009). *An investigation into precalculus students' conceptions of angle measure*. Kertas kerja yang dibentangkandi Twelfth Annual Special Interest Group of the Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education (SIGMAA on RUME) Conference, Raleigh, NC: North Carolina State University.

Moore, K.C. (2010). *The role of quantitative reasoning in precalculus student learning central concepts of Trigonometry* (Tesis doktor falsafah). ProQuest Dissertations and Theses. UMI Number 3425753.

Muhammad Firdaus Seman, (2011). *Masalah Pembelajaran Matematik dalam tajuk Trigonometri II di kalangan Pelajar Tingkatan Empat, Ijazah sarjana Muda UTM*. (Tesis sarjana muda). Universiti Teknologi Malaysia Di akses dari www.fp.utm.my_ePusatSumber_pdffail_ptkgdfwp_FIRDAUSAP070061D2011TTP.pdf

Nabilah Abdullah., Rohaya Abdul Wahab., Ghaziah Mohd Ghazali., Shireena Basree Abdul Rahman., & Norshidah Nordin. (2010). Ciri-ciri dalam penyelidikan kualitatif. Dalam Noraini Idris, (Ed.), *Penyelidikan dalam pendidikan*. Hlm. 276-304. Kuala Lumpur : McGraw-Hill Sdn Bhd.

National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nik Aziz Nik Pa. (1996). *Penghayatan matematik KBSR-KBSM: Perkembangan profesional*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.

Nik Aziz Nik Pa. (1999). *Pendekatan Konstruktivisme Radikal dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

- Noor Shah Saad. (2002). *Teori & Perkaedahan Pendidikan Matematik Siri I, (2nd ed)*. Malaysia: Prentice Hall.
- Noriah Mohd Ishak., Siti Fatimah Mohd Yassin., Mohd Izham Mohd Hamzah., & Siti Rahayah Ariffin. (2010). Kajian Kes. Dalam Noraini Idris, (Ed.), *Penyelidikan dalam pendidikan*. (hlm.). Kuala Lumpur : McGraw-Hill Sdn Bhd.
- Orhun, N. (2000). Student's mistakes and misconceptions on teaching of Trigonometry, *Jurnal of Curriculum Studies*, 32.
- Parish, C. R., & Ludwig, H. J. (1994). Language, intellectual structures, and common mathematical errors: A call for research. *School Science and Mathematics*, 94(5), 235–239.
- Peck, D. M., & S. M. Jencks. (1981). Conceptual issues in the teaching and learning of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education* 12(5):339-348.
- Piaget, J. (1950). *The psychology of Intelligence*. San Diego, California: Harcourt Brace Jovanovich.
- Raja Sulaiman Raja Hassan. (2002). Memajukan konsep Matematik. *Prosiding Persidangan Kebangsaan Pendidikan Matematik 2002, Anjuran Kementerian Pendidikan Malaysia dan UPSI*. (Hlm255-262).
- Rashidi Razali., & Tall, D. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning Mathematics. *International Journal of Math Ed, Sci & Techn.*, 24(2), 209–202.
- Robson, C. (2002). *Real world research: A resource for social scientists and practitioner-researchers* (2nd ed.). Oxford: Blackwell.
- Rohani Aziz., Mohamad Johari Yaakob.,& Affandi Zakaria. (2007). Pemahaman konseptual dan prosedural dalam Matematik. Dalam Effandi Zakaria, Norazah Mohd Nordin & Sabri Ahmad. *Trend pengajaran dan pembelajaran Matematik*. Kuala Lumpur: Utusan Publications & Distributors Sdn Bhd.
- Ruhaizam Mohammad Yasin.,& Maizam Alias. (2010). Latar belakang penyelidikan. Dalam Noraini Idris (Ed), *Penyelidikan dalam pendidikan* Hlm. 1-14. Kuala Lumpur: Mc Graw Hill Sdn Bhd.
- Schoenfield, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. Great Britain: Burgess Science Press.
- Skemp, R. R. (1982). *The psychology of learning Mathematics*. Harmondsworth, UK: Penguin.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematic Teaching*, 77, 22-26.
- Sharida Hashim.,& Nik Azis Nik Pa. (2002). Mental image and representation of give by student of Diploma in Accountancy in a Mara Institute of Higher Education. *International Conference on Mathematic Education Research (2010)*.
- Son, T. S., & Low, A. (2007). *The front-runner Matriculation Mathematics for Science semester 2*. Selangor, Malaysia : Arah Pendidikan Sdn Bhd.
- Steckroth, J. J. (2007). *Technology-enhanced mathematics instruction: Effects of visualization on student understanding of Trigonometry*(Tesis doktor falsafah). ProQuest Dissertations and Theses. UMI Number 3282501.
- Sudirman, (2005). *Upaya meningkatkan pemahaman konsep Trigonometri pada siswa kelas 3 SMP Muhammadiyah Margasari tahun pelajaran 2004/2005 dengan menggunakan teknik hapalan dan alat peraga klinometer*. (Thesis Sarjana Pendidikan yang tidak diterbitkan). Universitas Negeri Semarang, Indonesia.
- Suhaidah Tahir, (2006). *Pemahaman Konsep Pecahan Dalam Kalangan Tiga Kelompok Pelajar Secara Keratan Lintang*. (Tesis doktor falsafah). Universiti Teknologi Malaysia.
- Suzieleez Syrena Abdul Rahim., & Tajularipin Sulaiman. (2006). Gambaran mental dan perwakilan pelajar lepasan Sijil Pelajaran Malaysia tentang konsep Fungsi. *Jurnal Teknologi*, 44(E),45-60.
- Tall, D. (1979). Qualitative thought process in clinical interviews. *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Warwick*, 206-207.
- Talley, J. R. (2009). *Calculus instructors' responses to prior knowledge errors*. (Thesis doktor falsafah). University of Oklahoma.
- Tall, D., & Vinner S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

- Tengku Zawawi Tengku Zainal., Ramlee Mustapha., & Abdul Razak Habib. (2009). Pengetahuan pedagogi isi kandungan guru Matematik bagi tajuk Pecahan: Kajian kes di sekolah Rendah. *Jurnal Pendidikan Malaysia* 34(1),131 – 153.
- Weber, K. (2005). Students' understanding of Trigonometric Functions. *Mathematics EducationResearch Journal* 2005: 17(3),91-112.
- Yin, R.K. (2009). *Case study research design and methods* (4th ed).United States of America: SAGE Publications, Inc.
- Yudariah Mohammad Yusof., & Tall, D. (1996). Conceptual, procedural approaches to problem solving. *Proceeding of PME 20, Valencia 1996*, 4, 3-10.
- Zazkis, R., & Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics education research: Choosing the questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(4),429 - 439.